

Черепашка

На квадратной доске расставлены целые неотрицательные числа. Черепашка, находящаяся в левом верхнем углу, мечтает попасть в правый нижний. При этом она может переползти только в клетку справа или снизу и хочет, чтобы сумма всех чисел, оказавшихся у нее на пути, была бы максимальной. Требуется составить программу, вычисляющую максимальную сумму и ее путь, составленный из букв *x* (черепашка переходит в правый квадратик) и *y* (черепашка переходит в нижний квадратик).

Формат входных данных

Первая строка — $M N$ — размер доски.

Далее следует M строк, каждая из которых содержит N целых чисел, представляющие доску.

Формат выходных данных: Одно число — максимальная сумма.

Пример

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
3 3	12
1 2 3	Xxyy
1 2 3	
1 2 3	

Решение: для определения максимальной суммы определим в программе целочисленную таблицу z , а для формирования оптимального пути черепашки — символьную таблицу u , в каждую клетку которой (кроме клетки $(1, 1)$) — один из символов x или y , определяющий направление движения черепашки из предыдущей клетки оптимального пути. Размеры этих таблиц совпадают с размерами таблицы a .

A	Z	U																											
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>	1	2	3	1	2	3	1	2	3	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>										<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>									
1	2	3																											
1	2	3																											
1	2	3																											

Очевидно $z[1, 1] = a[1, 1]$, значение элемента $u[1, 1]$ таблицы u может быть любым.

Оптимальные маршруты из клетки $(1, 1)$ в клетки $(1, 2)$ и $(2, 1)$ определяются однозначно:

$$\begin{aligned} z[1, 2] &= z[1, 1] + a[1, 2], & u[1, 2] &= 'x', \\ z[2, 1] &= z[1, 1] + a[2, 1], & u[2, 1] &= 'y'. \end{aligned}$$

Аналогично определяются значения элементов $z[1, j]$, $u[1, j]$, $z[i, 1]$, $u[i, 1]$:

$$\begin{aligned} z[1, j] &= z[1, j-1] + a[1, j], & u[1, j] &= 'x', \\ z[i, 1] &= z[i-1, 1] + a[i, 1], & u[i, 1] &= 'y'. \end{aligned}$$

A	Z	U																											
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>	1	2	3	1	2	3	1	2	3	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td></tr> </table>	1	3	6	2			3			<table border="1"> <tr><td></td><td>X</td><td>x</td></tr> <tr><td>Y</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Y</td><td></td><td></td></tr> </table>		X	x	Y			Y		
1	2	3																											
1	2	3																											
1	2	3																											
1	3	6																											
2																													
3																													
	X	x																											
Y																													
Y																													

Определим рекуррентные соотношения, позволяющие вычислять значения элементов таблиц z и u . Рассмотрим произвольную клетку (i, j) заданного

прямоугольного участка, если $i > 1$ и $j > 1$. В нее черепашка может придти или из клетки $(i-1, j)$ или из клетки $(i, j-1)$.

	$(i-1, j)$	
$(i, j-1)$	(i, j)	

Если $z[i-1, j] > z[i, j-1]$, то черепашке лучше двигаться вниз и поэтому $z[i, j] = z[i-1, j] + a[i, j]$, $u[i, j] = 'y'$. В противном случае $z[i, j] = z[i, j-1] + a[i, j]$, $u[i, j] = 'x'$.

A	Z	U																											
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>	1	2	3	1	2	3	1	2	3	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>3</td><td>7</td><td>12</td></tr> </table>	1	3	6	2	5	9	3	7	12	<table border="1"> <tr><td></td><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>Y</td><td>y</td><td>y</td></tr> <tr><td>y</td><td>y</td><td>y</td></tr> </table>		x	x	Y	y	y	y	y	y
1	2	3																											
1	2	3																											
1	2	3																											
1	3	6																											
2	5	9																											
3	7	12																											
	x	x																											
Y	y	y																											
y	y	y																											

Восстановим оптимальный путь черепашки “с конца” с помощью таблицы u . Склеивая символы ‘x’ или ‘y’ из соответствующих клеток этой таблицы, мы сформируем символьную строку s , содержащую $m + n - 2$ символов - оптимальный путь черепашки.

(В приведенной программе считывается массив a , затем пересчитывается по рекуррентной формуле)

```

program turtle; uses crt;
var n,m,k,i,j:integer; s:string;
    a:array[1..20,1..20] of integer; u:array[1..20,1..20] of char;
begin
    assign(input,'input.txt');
    reset(input); readln(m,n);
    for i:=1 to m do for j:=1 to n do read(a[i,j]); close(input);
    {-----1 stroka+1 stolbez-----}
    for i:=2 to m do begin a[i,1]:=a[i,1]+a[i-1,1]; u[i,1]:='y';end;
    for j:=2 to n do begin a[1,j]:=a[1,j]+a[1,j-1]; u[1,j]:='x'; end;
    {-----zapolnenie ost_chasti-----}
    for i:=2 to m do for j:=2 to n do
    if a[i,j-1]>a[i-1,j] then begin a[i,j]:=a[i,j]+a[i,j-1]; u[i,j]:='x'end
    else begin a[i,j]:=a[i,j]+a[i-1,j]; u[i,j]:='y'end;
    {-----put'-----}
    s:=""; i:=m; j:=n;
    for k:= m+n-2 downto 1 do
    begin s:=u[i,j]+s;
    if u[i,j]='y' then dec(i) else dec(j);
    end;
    assign(output,'output.txt'); rewrite(output); writeln( a[m,n]);
    writeln( s); close(output);
end.

```