

Фишка на поле

Фишка может двигаться по полю длины N только вперед. Длина хода фишки не более K . ($N, K \leq 16$). Найти количество различных путей, по которым фишка может пройти поле от позиции 1 до позиции N .

Решение:

- решение задачи предполагает разложение числа N на всевозможные суммы: каждое слагаемое в сумме не превосходит k .
- порядок слагаемых в разложении существенен, так как это различные последовательности ходов фишки.

Например

| $k \setminus n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------------|---|-------|----------------------------|---|---|
| 2 | 1 | 1+1,2 | 1+1+1, 1+2, 2+1 | 1+1+1+1, 1+1+2, 1+2+1 2+1+1 2+2 | 1+1+1+1+1 1+1+1+2 1+1+2+1 1+2+1+1 2+1+1+1 1+2+2 2+1+2 2+2+1 |
| $S(2)$ | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 |
| 3 | 1 | 1+1,2 | 1+1+1, 1+2, 2+1 3 | 1+1+1+1, 1+1+2, 1+2+1 2+1+1 2+2 3+1 1+3 | 1+1+1+1+1 1+1+1+2 1+1+2+1 1+2+1+1 2+1+1+1 1+2+2 2+1+2 2+2+1 1+1+3 1+3+1 3+1+1 2+3 3+2 |
| $S(3)$ | 1 | 2 | 4 | 7 | 13 |

Пусть $S(i)$ - количество различных путей, по которым фишка может пройти поле от начала до позиции с номером i .

Предположим, что для любого j от 1 до i известны значения величин $S(j)$.

Задача состоит в определении правила вычисления значения $S(i+1)$, используя значения известных величин.

Заметим, что в позицию с номером $i+1$ фишка может попасть из позиций $i, i-1, \dots, i-k$.

$$S(i+1) = S(i) + S(i-1) + \dots + S(i-k+1).$$

Вычисляя последовательно значения величин $S(1), S(2), \dots, S(N)$ по правилу, получаем значение $S(N)$ – решение задачи

| $k \setminus n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|-----------------|---|---|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|------|------|------|------|-------|-------|
| 2 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 | 89 | 144 | 233 | 377 | 610 | 987 | 1597 |
| 3 | 1 | 2 | 4 | 7 | 13 | 24 | 44 | 81 | 149 | 274 | 504 | 927 | 1705 | 3136 | 5768 | 10609 |
| 4 | 1 | 2 | 4 | 8 | 15 | 29 | 56 | 108 | 208 | 401 | 773 | 1490 | 2872 | 5536 | 10671 | 20569 |
| 5 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 31 | 61 | 120 | 236 | 464 | 912 | 1793 | 3525 | 6930 | 13624 | 26784 |
| 6 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 63 | 125 | 248 | 492 | 976 | 1936 | 3840 | 7617 | 15109 | 29970 |
| 7 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 127 | 253 | 504 | 1004 | 2000 | 3984 | 7936 | 15808 | 31489 |
| 8 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 255 | 509 | 1016 | 2028 | 4048 | 8080 | 16128 | 32192 |
| 9 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 511 | 1021 | 2040 | 4076 | 8144 | 16272 | 32512 |
| 10 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1023 | 2045 | 4088 | 8172 | 16336 | 32656 |
| 11 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 | 2047 | 4093 | 8184 | 16364 | 32720 |
| 12 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 | 2048 | 4095 | 8189 | 16376 | 32748 |

Реализация на ПАСКАЈЕ

Program fishka;

var n,k,j,i,r:integer; s:array of integer;

begin write('n='); readln(n); setlength(s,n);

write('k='); readln(k); s[1]:=1;

for i:=2 to k do s[i]:=2*s[i-1];

for i:=k+1 to n do

begin

for j:=i-1 downto i-k do r:=r+s[j]; s[i]:=r;r:=0;

end;

writeln(s[n]);

readln;

end.