

Составить программу-функцию вычисления факториала целого неотрицательного числа n.

Способ 1

Решение. Для целых неотрицательных чисел n факториал n обозначается через n! и определяется так:

$$n! = \begin{cases} 1 & , \text{ если } n = 0 \text{ или } n = 1; \\ 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n & , \text{ если } n \geq 2. \end{cases}$$

Случаи, для которых задача решается без рекурсивных вызовов, очевидны: $f(0)=1$, $f(1)=1$. Они и составляют базу рекурсии. Декомпозиция по параметру n реализуется по формуле: $f(n) = n \cdot f(n-1)$ ($n = 1, 2, \dots$). Поэтому вычисления $f(n)$ можно организовать так:

```
program project1;
var x:byte;
function f(n:byte):longint;
begin if n<=1 then f:=1
else f:=n*f(n-1);
end;
begin readln(x);writeln(f(x));
readln;
end.
```

Контрольные примеры.

$$f(0) = 1 \qquad f(5) = 120 \qquad f(10) = 3628800.$$

Понять процесс реализации рекурсивных вызовов, то есть декомпозицию, и возвратов управления при организации отложенных вычислений $f(n)$ можно из схемы ($n = 3$). Там около стрелок в круглых скобках жирными цифрами указаны номера последовательных шагов вычислений: (1), (2), (3) – декомпозиция; (4), (5), (6) – отложенные вычисления.

$$\begin{array}{l}
 f(3) = 6 \\
 \text{(6)} \uparrow \downarrow \text{(1)} \\
 f(3) := \begin{cases} 1 & \text{if } 3 \leq 1 \\ 3 \cdot f(2) \end{cases} \\
 \qquad \qquad \qquad \text{(5)} \uparrow \downarrow \text{(2)} \\
 \qquad \qquad \qquad f(2) := \begin{cases} 1 & \text{if } 2 \leq 1 \\ 2 \cdot f(1) \end{cases} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{(4)} \uparrow \downarrow \text{(3)} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad f(1) := \begin{cases} 1 & \text{if } 1 \leq 1 \\ 1 \cdot f(0) \end{cases}
 \end{array}$$

Способ2. Чтобы уменьшить глубину рекурсии, можно функцию $f(n)$ можно было бы определить и так.

$$f(n) := \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ n \cdot (n-1) \cdot f(n-2) \end{cases}$$

```
program project2;
var x:byte;
```

```

function f(n:byte):longint;
begin if n<=1 then f:=1
else f:=n*(n-1)*f(n-2);
end;
begin readln(x);writeln(f(x));
readln;
end.

```

Рекурсивное решение очень простое, но оно неоптимально по быстродействию: компьютер выполняет лишнюю работу, повторно вычисляя уже найденные значения. Какой же выход? Напрашивается такое решение — хранить все предыдущие числа Фибоначчи в массиве.

Способ3 (рекурсивная функция+ массив)

```

Program Fibo; var I,N:integer; D:array [1..50] of longint;
Function F(X:integer):longint;
begin
if D[X]=0 then if (X=1) or (X=2) then D[X]:=1 else D[X]:=F(X-1)+F(X-2);
F:=D[X]
end;
begin
For N:=1 to 50 do D[N]:=0;
Readln(N); writeln(F(N))
end.

```

Способ4

```

const N = 10;
var F: array[1..N] of integer;
begin
F[1]:= 1; F[2]:= 1;
for i:= 3 to N do F[i]:= F[i-1] + F[i-2];writeln(f[n]);
end.

```