

В цистерне N литров молока. Есть бидоны объемом 1, 5 и 6 литров. Нужно разлить молоко в бидоны так, чтобы все бидоны были заполнены и количество используемых бидонов было минимальным.

Решение: Как и в любом решении, использующем динамическое программирование, главная проблема — составить рекуррентную формулу.

Сначала определим:

1. оптимальное число бидонов K ,
2. а потом подумаем, как определить, какие именно бидоны нужно использовать.

1. Представим себе, что мы выбираем бидоны постепенно.

Тогда последний выбранный бидон может иметь, например,

- объем 1 л, в этом случае $K_N = 1 + K_{N-1}$.
- Если последний бидон имеет объем 5 л, то $K_N = 1 + K_{N-5}$,
- а если 6 л — $K_N = 1 + K_{N-6}$.

Так как нам нужно выбрать минимальное значение, то $K_N = 1 + \min(K_{N-1}, K_{N-5}, K_{N-6})$.

2. Вариант, выбранный при поиске минимума, определяет последний добавленный бидон, его нужно сохранить в отдельном массиве \mathbf{P} . Этот массив будет использован для определения количества выбранных бидонов каждого типа.

В качестве начального значения берем $K_0 = 0$.

Полученная формула применима при $N \geq 6$.

Для меньших N используются только те данные, которые есть в таблице. Например, $K_3 = 1 + K_2 = 3$, $K_5 = 1 + \min(K_4, K_0) = 1$.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
K	0	1	2	3	4	1	1	2	3	4	2
	0	1	1	1	1	5	6	1	1	1	5

Как по массиву \mathbf{P} определить оптимальный состав бидонов? Пусть, для примера, $N = 10$.

Из массива \mathbf{P} находим, что последний добавленный бидон имеет объем 5 л. Остается $10 - 5 = 5$ л, в элементе $\mathbf{P}[5]$ тоже записано значение 5, поэтому второй бидон тоже имеет объем 5 л. Остаток 0 л означает, что мы полностью определили набор бидонов.